

情報技術史論

計算機の機構と計算理論 チューリング機械

担当：情報理工学専攻 知能ソフトウェア研究室

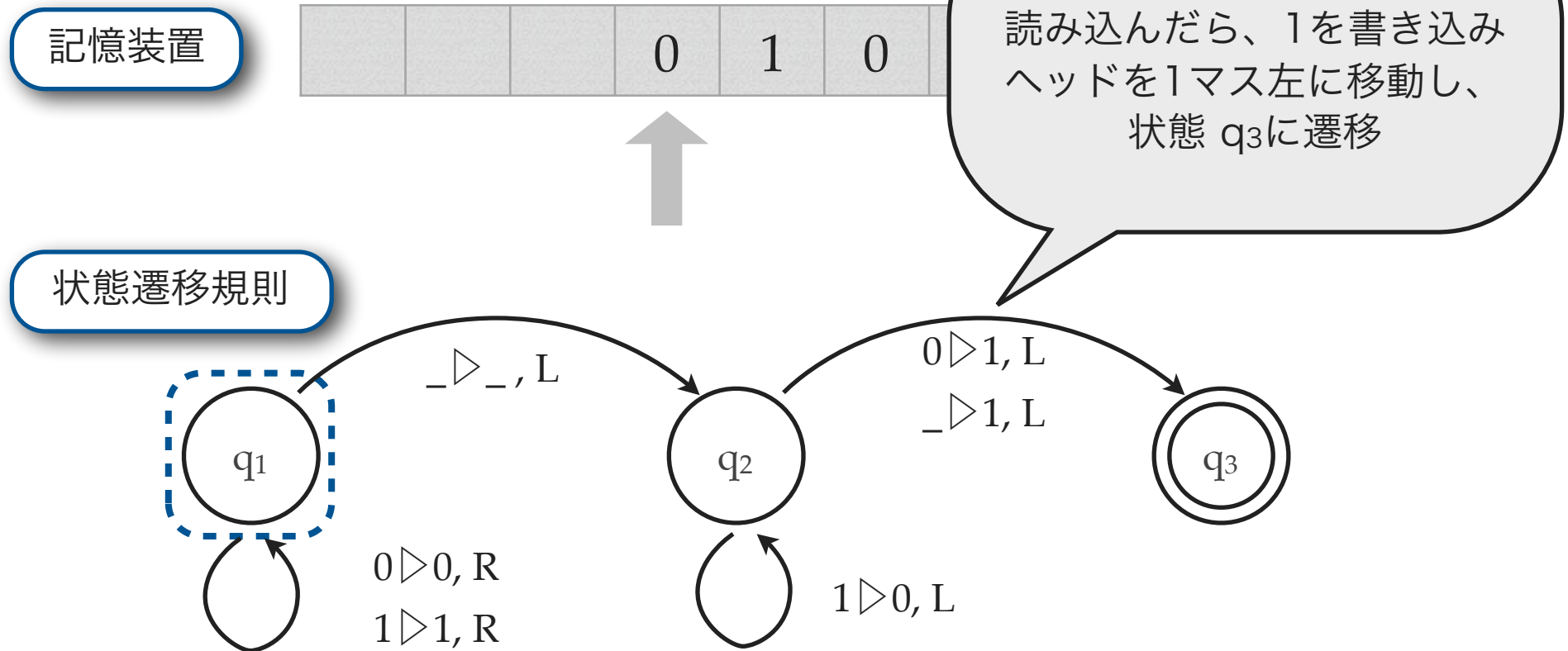
チューリング機械

量・使い方に制限のない記憶装置を持つ有限状態機械



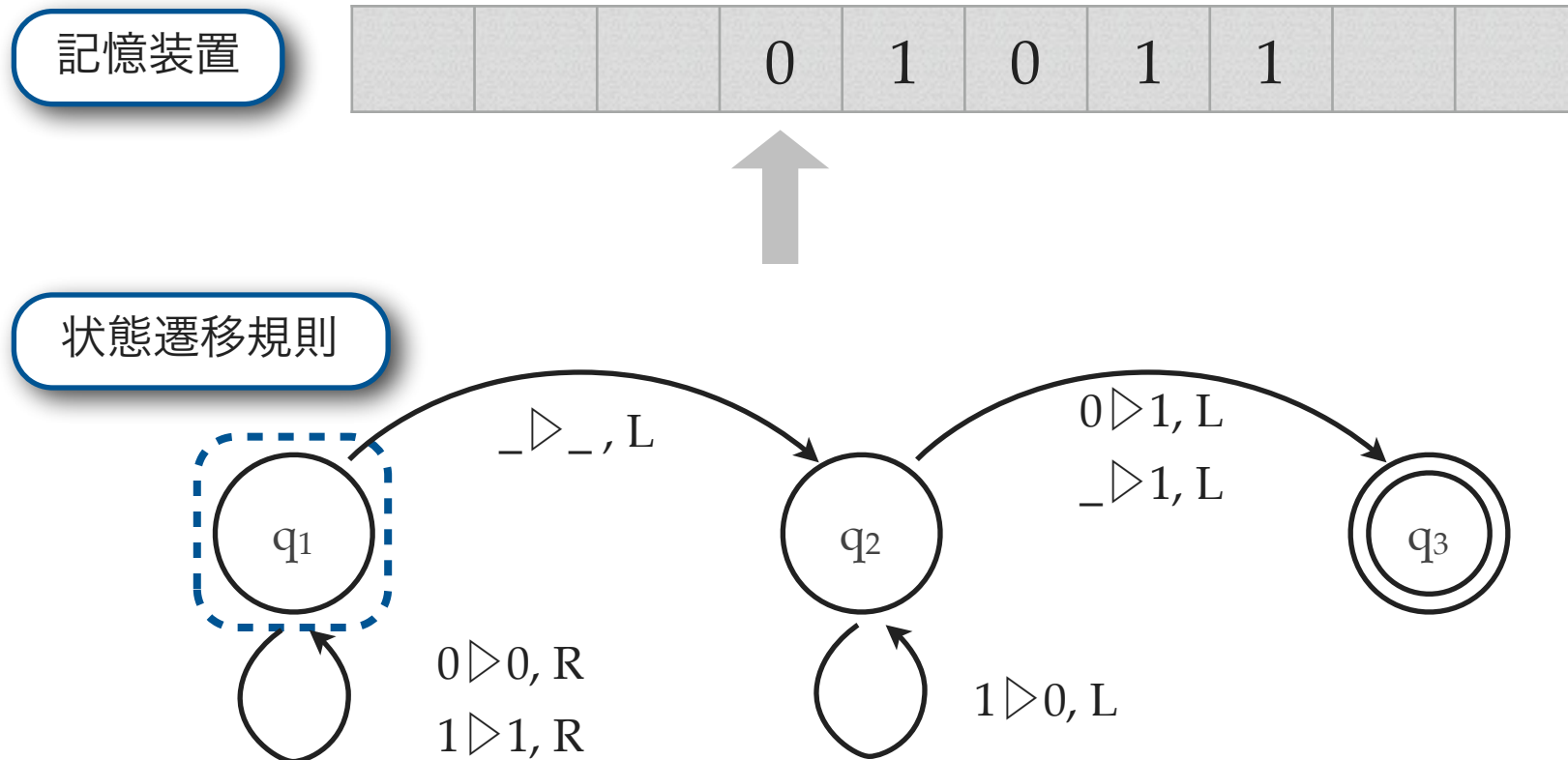
チューリング機械

量・使い方に制限のない記憶装置を持つ有限状態機械



チューリング機械

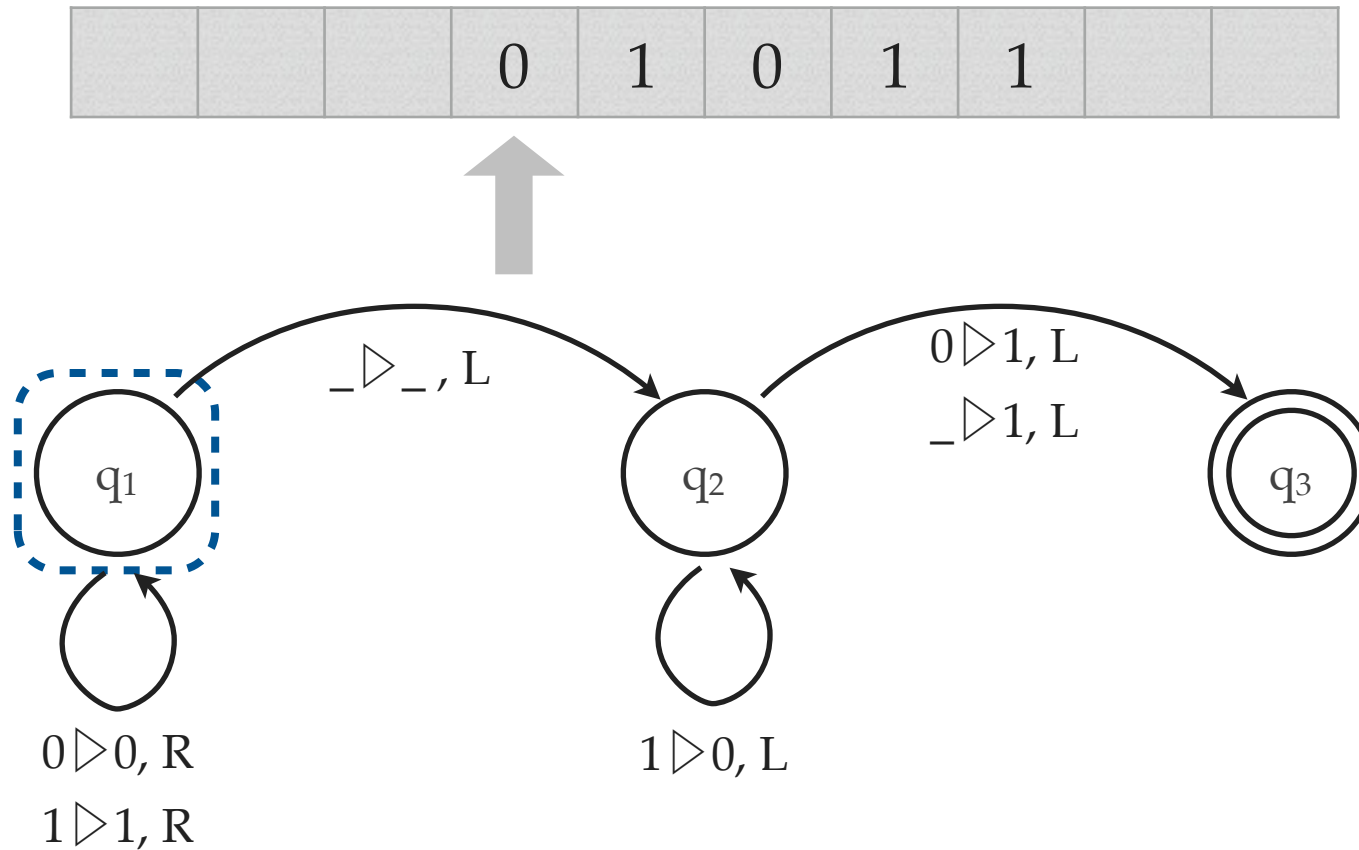
量・使い方に制限のない記憶装置を持つ有限状態機械



- 入力はテープにあらかじめ書かれている
- 終了状態に入ると直ちに停止
- 停止するとは限らない

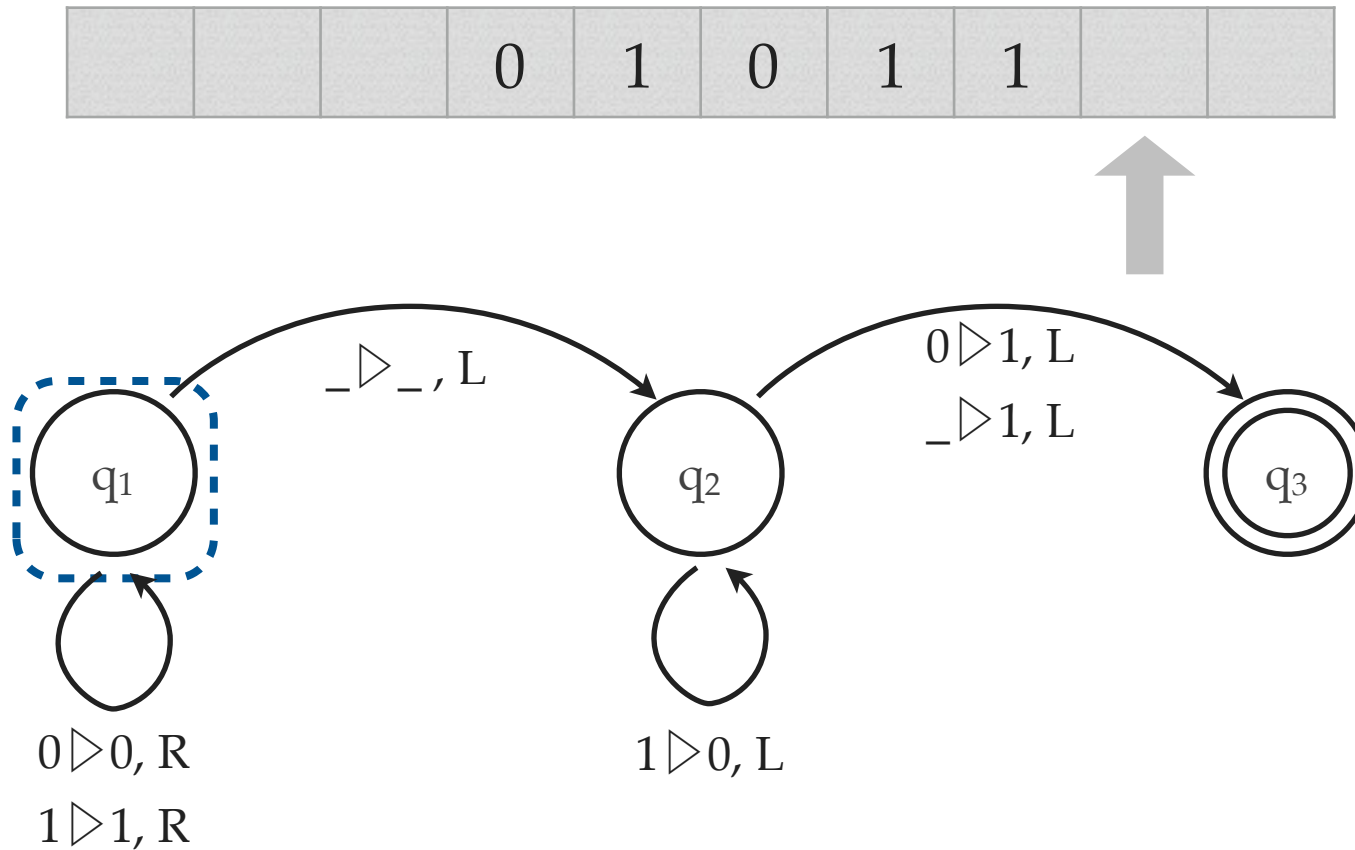
チューリング機械の動作例

例：与えられた2進数（01のビット列）に1を加算



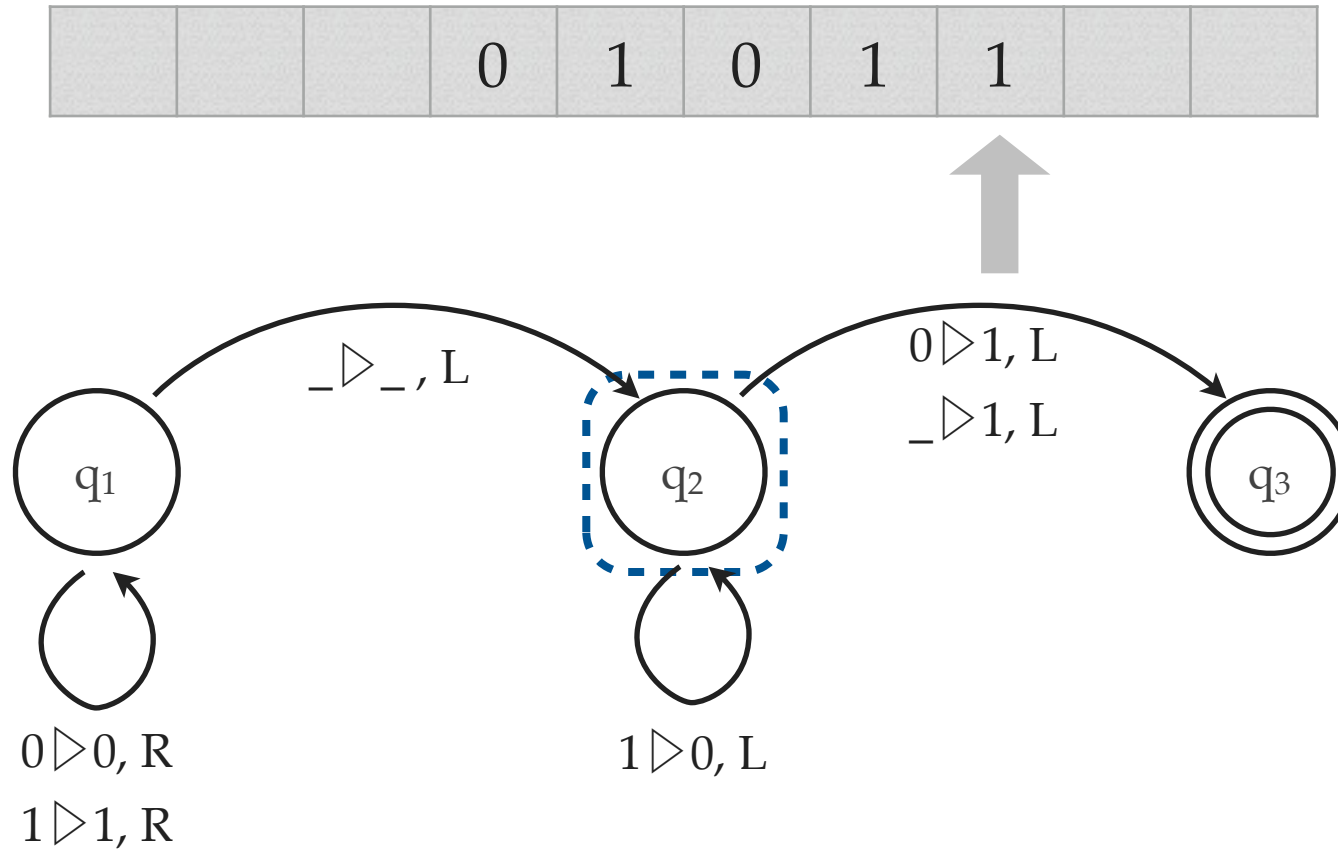
チューリング機械の動作例

例：与えられた2進数（01のビット列）に1を加算



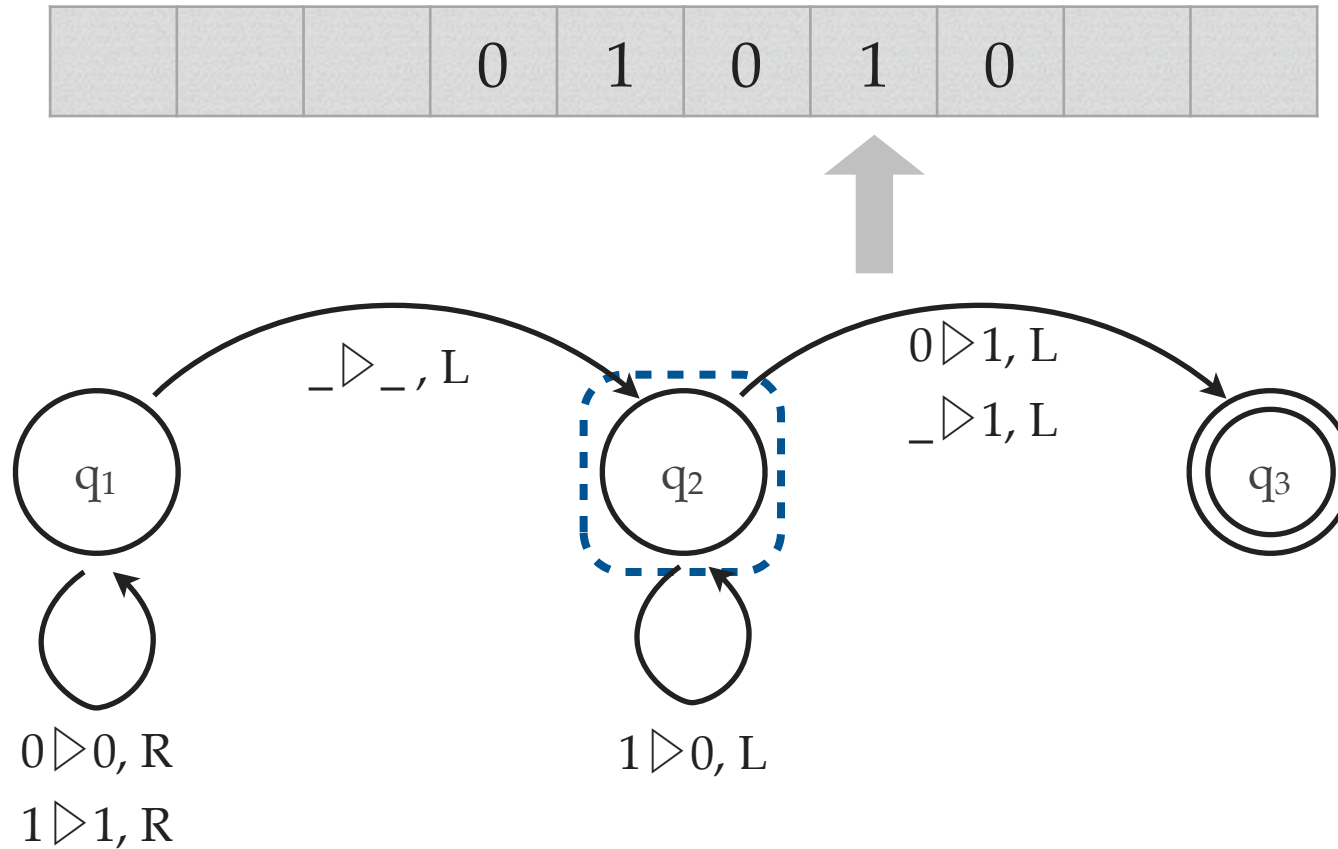
チューリング機械の動作例

例：与えられた2進数（01のビット列）に1を加算



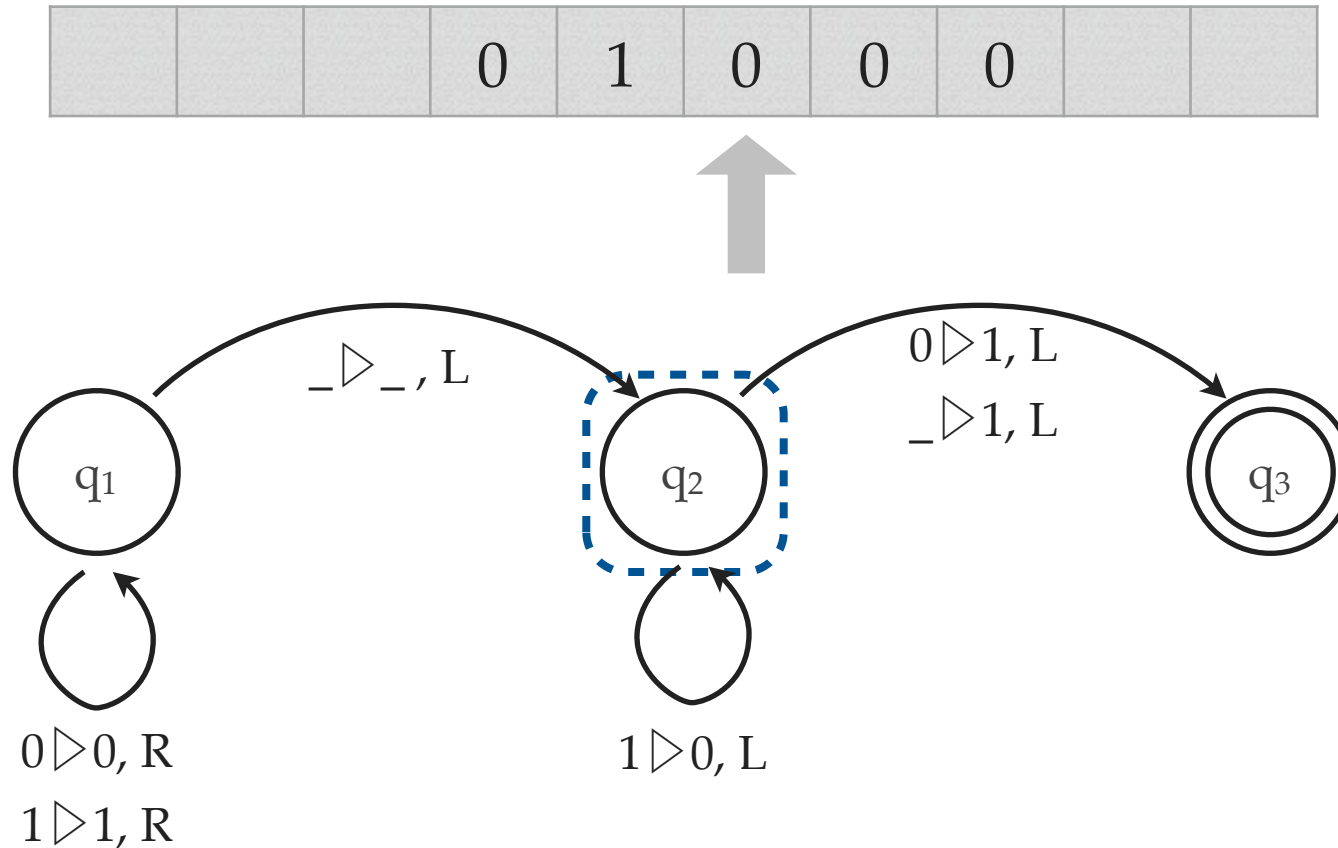
チューリング機械の動作例

例：与えられた2進数（01のビット列）に1を加算



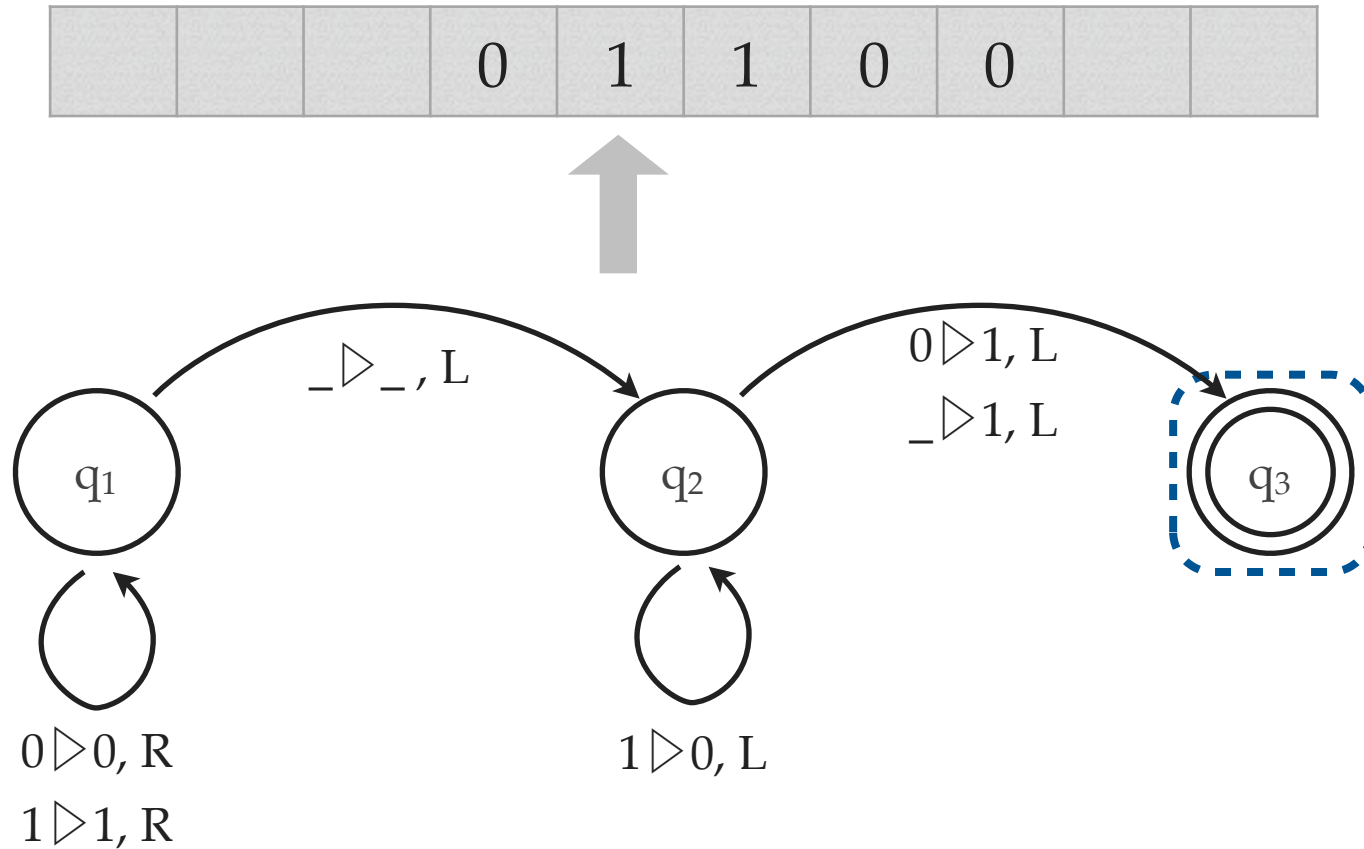
チューリング機械の動作例

例：与えられた2進数（01のビット列）に1を加算



チューリング機械の動作例

例：与えられた2進数（01のビット列）に1を加算



定義：チューリング機械

チューリング機械とは、以下の要素からなる6つ組 $\langle Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1, F \rangle$ である。

- ・ 状態の有限集合 Q
- ・ 空白記号_を**含まない**入力アルファベット $\Sigma \subseteq \Gamma$
- ・ 空白記号_を含む、テープに書き込むアルファベット Γ
- ・ 遷移関数 $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$
- ・ 初期状態 $q_1 \in Q$
- ・ 終了状態の集合 $F \subseteq Q$

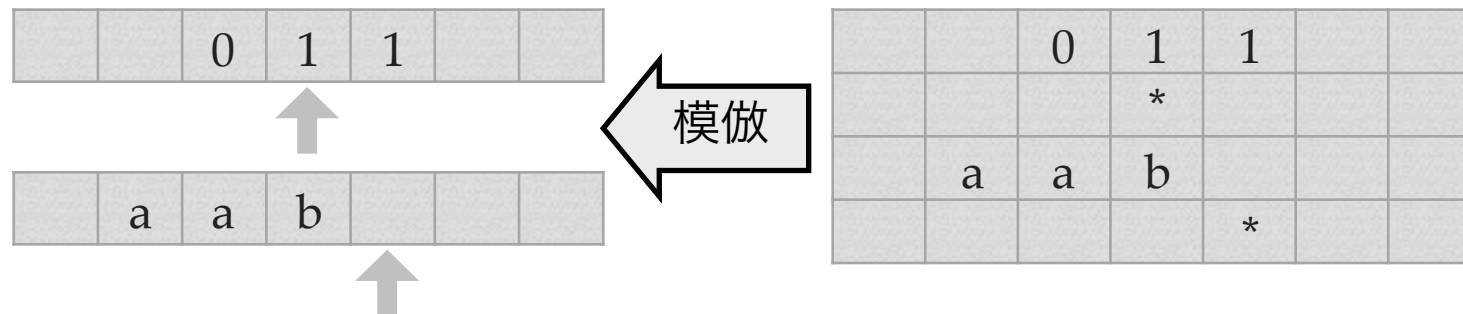
チューリング機械のバリエーション

1マスに複数の値が入る（**多重トラック**）としたものも、能力は同じ



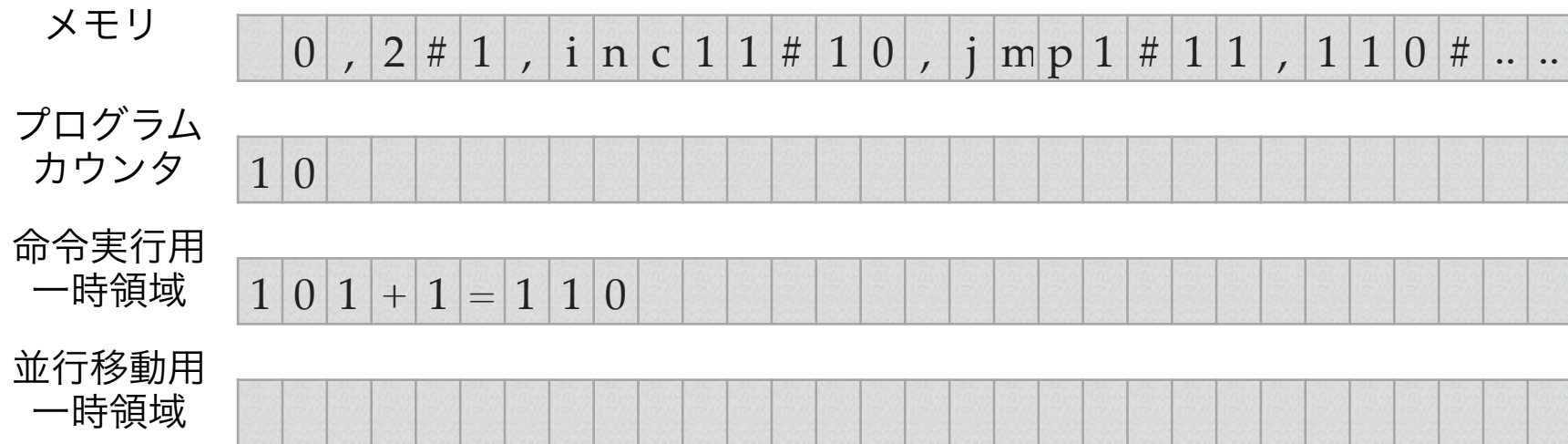
遷移規則：1 0 a▷0 1 b, L

テープとヘッドが複数利用できるもの（**多テープ機械**）も、能力は同じ



遷移規則：1 b▷0 a, R L

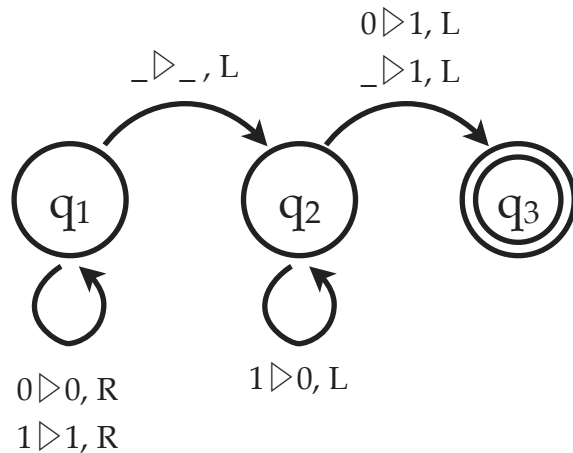
多テープチューリング機械による「ノイマン型計算機」の模倣の例



- メモリには「アドレス adと値 vのペア ad,v」が#区切りで並ぶ
 - アドレスと値の長さはどちらも可変
- プログラムカウンタが保持するアドレスの値を命令と解釈し、実行
 - 命令は、その命令の実行に必要なアドレスも含む
 - 命令実行後、カウンタに1を加える
- 並行移動用領域を使って「メモリ上のある位置より右側の内容全体」を右に移動することで、値の保持領域を拡張できる

万能チューリング機械

チューリング機械 M



Mの記号列表現 [M]

000#00#00#XX0#000#
XX0,XX>X00,XX,L:
XX0,X0>XX0,X0,R:
XX0,00>XX0,00,R:
X00,XX>000,00,L:
X00,X0>000,00,L:
X00,00>X00,X0,L:

万能チューリング機械

[M] と記号列 σ を受け取り「入力を σ とする M の動作」を模倣するチューリング機械

[M]#X000X00000
0 1 0 1 1

万能
チューリング機械

[M]#X00000X0X0
0 1 1 0 0

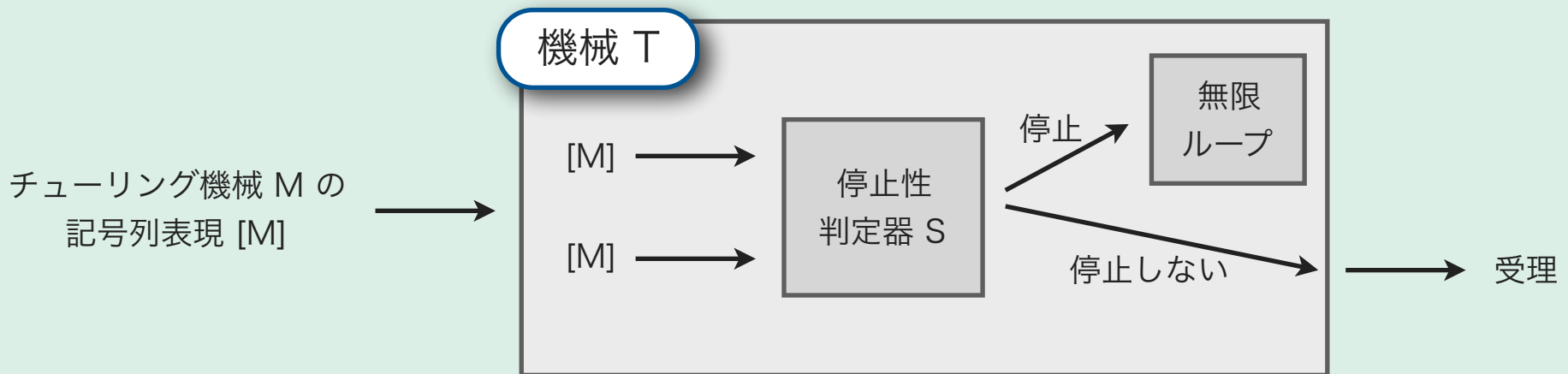
万能チューリング機械は構成可能

定理（チューリング機械の停止性は決定不能）

任意のチューリング機械 M と任意の記号列 σ に対して、 M が σ を入力として行う計算が停止するか否かを判定する機械は存在しない。

証明

そのような機械 S の存在を仮定すると、
「自分自身を入力すると停止しない機械」のみを受理し停止する、
以下の機械 T が構成できる。



しかし、 T に T 自身 $[T]$ を入力すると矛盾が生じる。
よって、 S は存在しない。

- ▶ 「オートマトン 言語理論 計算論 I (II)」 (第2版)
J. Hopcroft, R. Motwani, J. Ullman 著, 野崎 昭弘ら 訳, サイエンス社
- ▶ 「計算理論の基礎 1. オートマトンと言語」 「計算理論の基礎 2. 計算可能性の理論」
Michael Sipser 著, 太田 和夫 監訳, 阿部 正幸 訳, 共立出版
- ▶ 「計算モデル論入門」 井田 哲雄・浜名 誠 著, サイエンス社